2021

$\boxed{B3-3}$ 熱収支式より

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = \rho C_p F (T_1 - T) + Q \quad -①$$

定常ではT＝Ts，Q＝Qs。$y = T - T_s$，$u = \frac{Q - Q_s}{\rho C_p}$ とすると

$$\rho C_p V \frac{d(T-T_s)}{dt} = -\rho C_p F (T - T_s) + \rho C_p F (T_1 - T_s) + Q$$

①式より． $Q_s = \rho C_p F (T_s - T_1)$ であるから

$$\rho C_p V \frac{d(T-T_s)}{dt} = -\rho C_p F (T - T_s) + Q - Q_s$$

したがって

$$V \frac{dy}{dt} = -Fy + u$$

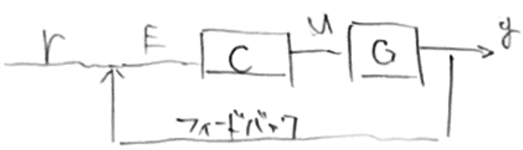
ラプラス変換すると．

$$V s Y(s) = -F Y(s) + U(s)$$

$$Y(s) = \frac{1}{Vs + F} U(s)$$

よって

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Vs + F}$$



$$\begin{cases} y = E\,C(s)G(s) \\ E = r - y \end{cases}$$

これを解くと

$$y = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} r$$

よって 求める閉ループ伝達関数は

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

$$= \frac{K_p G(s)}{1 + K_p G(s)}$$

→ ステップ応答より $R(s) = \frac{1}{s}$

$$Y(s) = G_2(s) \cdot R(s) = G_2(s) \cdot \frac{1}{s}$$

$$= \frac{K_p \frac{1}{Vs+F}}{1 + K_p \frac{1}{Vs+F}} \cdot \frac{1}{s}$$

最終値定理より

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_p \frac{1}{Vs+F}}{1 + K_p \frac{1}{Vs+F}}$$

$$= \frac{K_p}{F + K_p}$$

$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$ より

$$Y(s) = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \cdot \frac{1}{Vs+F}}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \cdot \frac{1}{Vs+F}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$= \frac{K_p \cdot \frac{1}{Vs+F}}{\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)} + K_p \cdot \frac{1}{Vs+F}} \cdot \frac{1}{s}$$

よって $\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \dfrac{\frac{K_p}{F}}{\frac{1}{1+\infty} + \frac{K_p}{F}} = 1$

カスケード制御