# 多段連続槽型反応器　無限個直列

1 次反応で各槽の容積は等しいと仮定する。

方法 1）

槽 1 つでの空間時間を$\tau_i$とすると

$$\frac{C_N}{C_0}=\frac{1}{(1+k\tau_i)^N}$$

よって

$$1+k\tau_i=\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{\frac{1}{N}}$$

$$\tau_i=\frac{1}{k}\{\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{\frac{1}{N}}-1\}$$

よって総空間時間$\tau_t$は

$$\tau_t=N\tau_i=\frac{N}{k}\{\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{\frac{1}{N}}-1\}$$

槽数$N$を∞へ近づけ、そのときの空間時間を$\tau_f$とすると

$$\tau_f=\lim_{N\to\infty}N\tau_i=\lim_{N\to\infty}\frac{N}{k}\{\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{\frac{1}{N}}-1\}$$

ここで、$\frac{1}{N}=n$とおくと

$$\tau_f=\frac{1}{k}\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{n}-1}{n}=\frac{1}{k}\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{(0+n)}-\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^{0}}{(0+n)-0}\cdots①$$

ここで導関数の定義より

$$f'(x)=\lim_{n\to 0}\frac{f(x+n)-f(x)}{(x+n)-x}$$

$x=0$における微分係数は

$$f'(0)=\lim_{n\to 0}\frac{f(0+n)-f(0)}{(0+n)-0}\cdots②$$

①と②を対応させて

$$f(x)=\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^x$$

とおくことができ、

$$f'(x)=\left(\frac{C_0}{C_N}\right)^x \ln\left(\frac{C_0}{C_N}\right)$$

であるから

$$\tau_f=\frac{1}{k}f'(0)=\frac{1}{k}\ln\left(\frac{C_0}{C_N}\right)$$

槽数∞の時の空間時間を求めることができる。またここから

$$\frac{C_0}{C_N}=e^{k\tau_f}=\frac{1}{1-x_f}$$

$$x_f=1-\frac{1}{e^{k\tau_f}}$$

となり、槽数∞の時の転化率$x_f$を求められる。

方法 2)

$$\frac{C_N}{C_0}=\frac{1}{(1+k\tau_i)^N}=1-x$$

槽数∞の時の転化率$x_f$とすると

$$1-x_f=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{(1+k\tau_i)^N}$$

また、$\tau_i = \frac{\tau_t}{N}$より、

$$1 - x_f = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{\left(1 + k\frac{\tau_f}{N}\right)^N} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{\{\left(1 + k\frac{\tau_f}{N}\right)^{\frac{N}{k\tau_f}}\}^{k\tau_f}}$$

ここでネイピア数の定義

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

より

$$1 - x_f = \frac{1}{e^{k\tau_f}}$$

よって、

$$x_f = 1 - \frac{1}{e^{k\tau_f}}$$

と、求められる。

対して入口出口濃度、反応器容積同条件の PFR では

$$\tau = \int_{C_0}^{C_N} \frac{dC}{r(C)} = \int_{C_0}^{C_N} \frac{dC}{-kC} = -\frac{1}{k}[\ln C] = -\frac{1}{k}\ln\frac{C_N}{C_0} = \frac{1}{k}\ln\frac{C_0}{C_N}$$

となり、槽数∞の CSTR は PFR と近似できることが分かる。