

対数平均温度差と算術平均温度差

1.対数平均温度差と算術平均温度差のずれ

温度差をそれぞれ ΔT_1 、 ΔT_2 とする。

$\Delta T_1 = \alpha \Delta T_2 (\alpha > 1)$ とすると対数平均温度差 ΔT_{lm} 、算術平均温度差 ΔT_{av} はそれぞれ

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{(\alpha - 1)\Delta T_2}{\ln \alpha}$$
$$\Delta T_{av} = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2} = \frac{\alpha + 1}{2} \Delta T_2$$

ここで、

$$\frac{\Delta T_{lm}}{\Delta T_{av}} = 2 \frac{\alpha - 1}{(\alpha + 1) \ln \alpha} = f(\alpha)$$

とすると

$$f'(\alpha) = 2 \frac{2 \ln \alpha - \alpha + \frac{1}{\alpha}}{(\alpha + 1)^2 (\ln \alpha)^2}$$

よって $\alpha > 1$ において、 $f'(\alpha) < 0$ (補足 1)・・・①

次に $f(\alpha)$ の極限を求める。まず $\alpha \rightarrow 1$ の極限は

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} f(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow 1} 2 \frac{\alpha - 1}{(\alpha + 1) \ln \alpha}$$

ここで、 $\alpha - 1 = \beta$ とおくと